



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală
10 februarie 2024
Clasa a VIII-a

Problema 1.

a) Determinați numerele reale a, b, c dacă:

$$\sqrt{a^2 + 2a + 2} + \sqrt{b^2 - 4b + 5} + \sqrt{4c^2 - 4c + 2} \leq 3;$$

b) Stabiliți intervalele cărora le aparține fiecare dintre numerele reale x, y și z știind că :
 $x^2 + y^2 + z^2 = 2(2x + 3y + 4z - 2)$.

Problema 2.

Se consideră numerele $a, b, c \in \mathbb{R}_+$ astfel încât $a+b+c=1$.

Să se arate că: $\sqrt{2024a + 1} + \sqrt{2024b + 1} + \sqrt{2024c + 1} \leq 1015$.

Problema 3.

Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare astfel încât $BC = BD$. Bisectoarele unghiurilor ABC și ABD intersectează pe AC în P și respectiv pe AD în Q .

a) Demonstrați că dreapta PQ este paralelă cu planul (BCD) .

b) Perpendicularele duse din A pe bisectoarele BP și respectiv BQ intersectează pe BP în E respectiv pe BQ în F . Determinați poziția dreptei EF față de planul (ACD) .

Problema 4.

$ABCD$ este un paralelogram cu $m(\angle A) = 60^\circ, BC = 6\text{cm}, DB \perp AD$ și M este mijlocul laturii $[AB]$. În punctul P , unde $DB \cap CM = \{P\}$, se ridică perpendiculara PQ pe planul paralelogramului $ABCD$, astfel încât $PQ = 2\sqrt{6}\text{cm}$.

a) Aflați aria paralelogramului $ABCD$.

b) Calculați distanțele de la punctul Q la punctul C , respectiv la dreapta BC .

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7p.

Timp de lucru 3 ore.